

Формули радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників.



2) докажите
 $\angle KBN = \angle NDK$

$\triangle BKC$ и $\triangle APD$ -
равносторонние
докажите
1) $\square BKDP$ - пар-мн
2) $\angle PBK = \angle KDP$
3) $\triangle PBK = \triangle KDP$

Перевірка Д/З

720. Відповідь: 1) 120° ; 2) 36° .

725. Відповідь: 1) ні; 2) так; 3) ні; 4) так.

Математичний диктант

Дано правильний n -кутник.

$$n = 4.$$

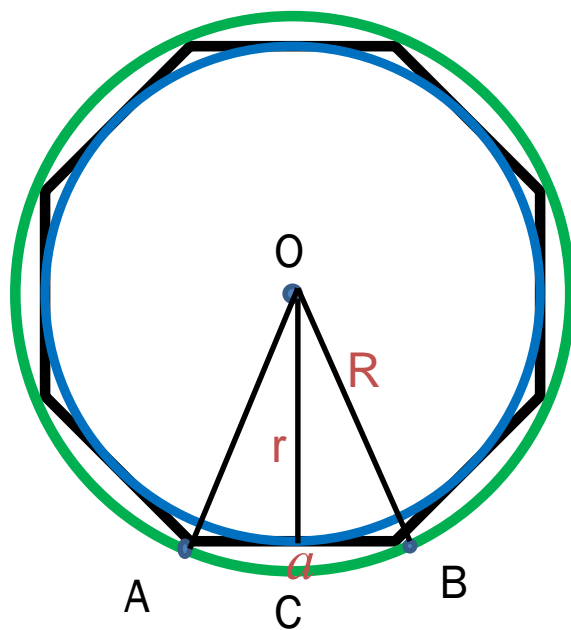
Знайдіть:

- а) суму кутів многокутника;
- б) внутрішній кут многокутника;
- в) зовнішній кут многокутника;
- г) центральний кут многокутника;
- д) сторону многокутника, якщо його периметр дорівнює 24 см;
- є) апофему многокутника, якщо його сторона дорівнює 20 см.

Відповіді

- а) 360° ; б) 90° ; в) 90° ; г) 90° ; д) 6 см; є) 10 см.

Формули для радіусів вписаних і описаних кіл правильних багатокутників



Для даного правильного n -кутника зі стороною a знайдемо радіус R описаного кола і радіус r вписаного кола.

$\triangle AOB$ – рівнобедрений,

висота OC є його медіаною і бісектрисою, тому

$$AC = CB = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2},$$

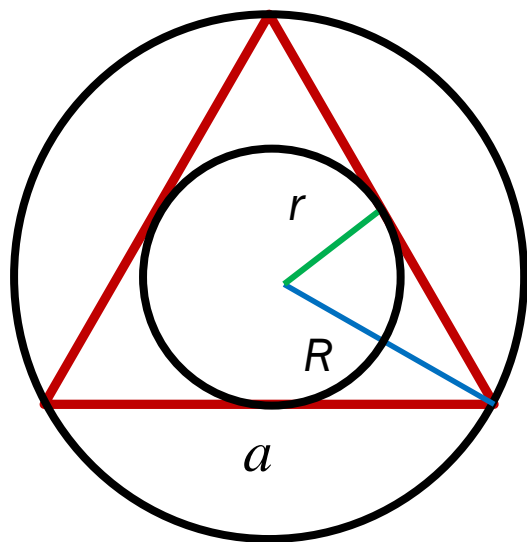
$$\angle BOC = \angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{n} = \frac{180^\circ}{n}.$$

$\triangle AOC$ – прямокутний :

$$R = OA = \frac{AC}{\sin \angle AOC} = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}};$$

$$r = OC = \frac{AC}{2 \operatorname{tg} \angle AOC} = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$$

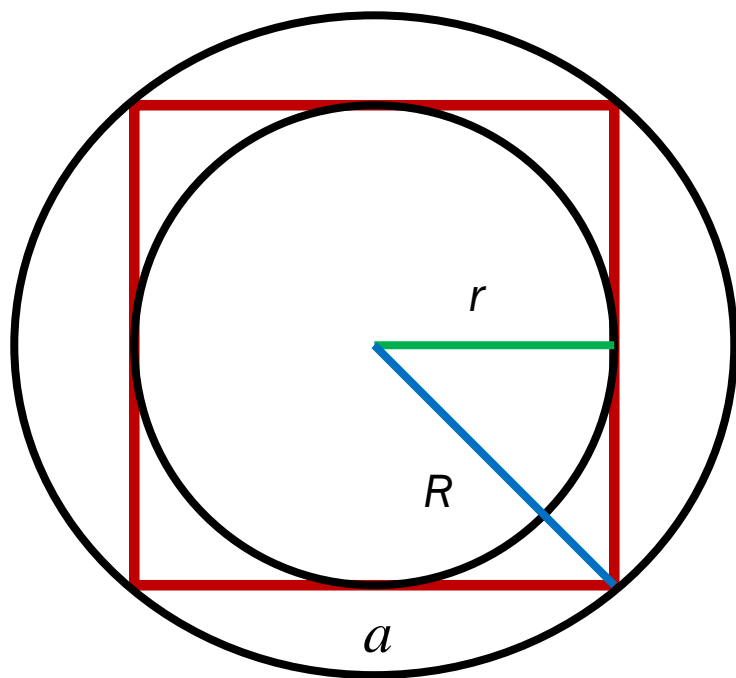
Правильный треугольник



$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

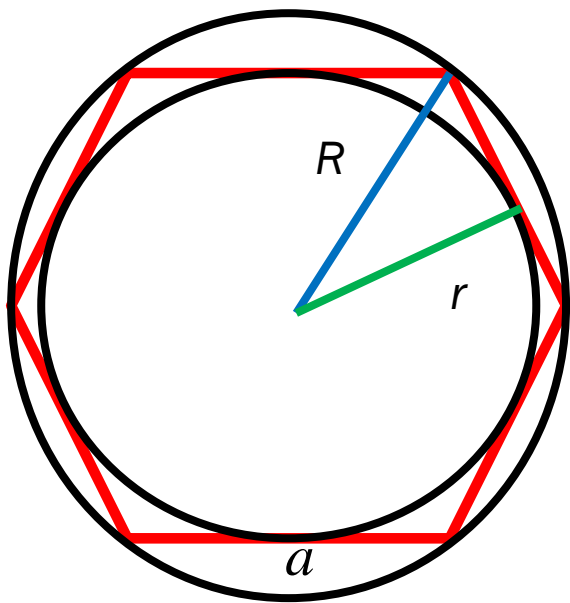
Правильний чотирикутник



$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \sin 45^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{a}{2}$$

Правильный шестикутник



$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \sin 30^\circ} = a$$

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}} = \frac{a}{2 \operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

745. Сторона правильного трикутника, вписаного в коло, дорівнює $2\sqrt{6}$ см.
Знайдіть сторону квадрата, вписаного в це коло.

Розв'язання.

$$a_3 = 2\sqrt{6} \text{ см.}$$

$$R = \frac{a_3}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$R = \frac{a_4\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{a_4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$a_4 = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4 \text{ (см)}$$

Відповідь: 4 см.

749. Радіус кола, описаного навколо правильного многокутника, дорівнює 12 см, а радіус вписаного в нього кола - $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть кількість сторін многокутника та його сторону.

Розв'язання.

$$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$$

За умовою $6\sqrt{2} = 12 \cos \frac{180^\circ}{n}$, звідси

$$\cos \frac{180^\circ}{n} = \frac{6\sqrt{2}}{12}$$

$$\cos \frac{180^\circ}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

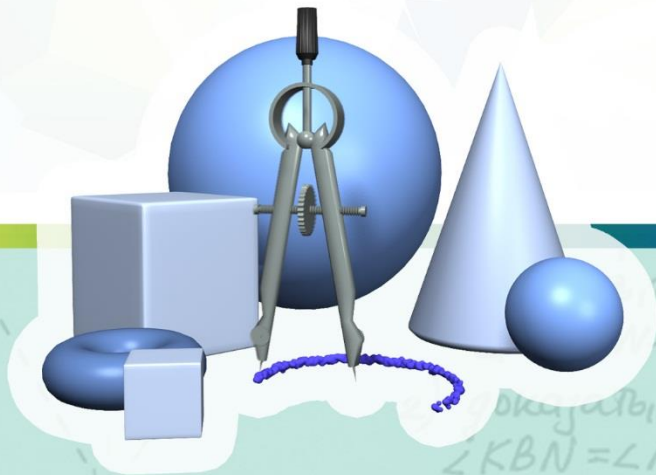
$$\frac{180^\circ}{n} = 45^\circ$$

$$n = 4 \text{ з формули } r = \frac{a_n}{\alpha}$$

$$a_4 = 2r = 2 \cdot 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

Домашнє завдання

1. Вивчити формули радіусів вписаного і описаного кіл правильного n -кутника.
2. Опрацювати Розділ 4, § 15 на с.142-145.
3. Виконати вправи: №734, №739.



до
пар-ми
доказати, що
 $\angle KBN = \angle NDK$

Докажіте
1) $\square BKDP$ - пар-ми
2) $\angle PBK = \angle KDP$
3) $\triangle PBK = \triangle KDP$